令和７年度採用

群馬県公立高等学校教員選考試験問題

数　　学

受験番号		氏名	

注　意　事　項

1　「開始」の指示があるまでは、問題用紙を開かないでください。

2　問題は、１ページから５ページまであります。「開始」の指示後、すぐに確認してください。

3　解答は、すべて解答用紙に記入してください。

4　「終了」の指示があったら、直ちに筆記具を置き、問題用紙と番号順に重ねた解答用紙を机の上に置いてください。

5　退席の指示があるまで、その場でお待ちください。

6　この問題用紙は、持ち帰ってください。

1　次の問いに答えなさい。ただし，解答は結果のみ記入すること。

(1)　2次方程式 $x^2-5x+3=0$ の2つの解を α，β とするとき，$\alpha^3+\beta^3$ の値を求めよ。

(2)　3点 (3，0)，(3，4)，(0，4) を通る円の方程式を求めよ。

(3)　$2x^3-x^2-8x+1$ を $x-1$ で割ったときの余りを求めよ。

(4)　$a<0$ とする。関数 $y=x^2-6x+8$　($a \leqq x \leqq a+2$) の最小値 m を，a の式で表せ。

(5)　次の定積分を求めよ。

$$\int_0^{\pi} |\cos x|\, dx$$

(6)　方程式 $4^x-3\cdot2^{x+2}+32=0$ を解け。

(7)　3 個のサイコロを同時に投げるとき，出る目の最大値が 5 となる確率を求めよ。

(8)　ベクトル $\vec{a}=(\sqrt{3},-1)$ に垂直な単位ベクトル $\vec{e}$ をすべて求めよ。

(9)　極限 $\lim_{x\to0}\frac{x\sin x}{1-\cos x}$ を求めよ。

以降の問題については，解答を求める過程についても解答用紙に記すこと。

2　関数 $y=f(x)$ のグラフFを x 軸方向に p，y 軸方向に q だけ平行移動して得られる曲線をGとするとき，Gの方程式は　$y-q=f(x-p)$　で表されることを証明しなさい。

3　3点A(1，0，1)，B(0，1，1)，C(1，1，−1)を通る平面 α について，次の問いに答えなさい。

(1)　原点Oと平面 α との距離を求めよ。

(2)　四面体OABCの体積 V を求めよ。

4　関数 $y = \sin x + \cos x - \sin x \cos x - 2$ （$0 \leqq x < 2\pi$）の最大値及び最小値と，そのときの x の値を求めなさい。

5　a_n を次のように定義する。

$$a_n = \int_0^1 x^{2n-1} e^{x^2}\, dx$$

ただし，e は自然対数の底，n は自然数とする。次の問いに答えなさい。

(1)　a_1を求めよ。

(2)　$\lim_{n \to \infty} a_n$を求めよ。

6　「不等式 $\log_8 x+\log_8(x-2)\geqq 1$ を解け。」という問題に対して，生徒Aは次のように解答した。下の問いに答えなさい。

<生徒Aの解答>

与えられた不等式を変形して　$\log_8 x(x-2)\geqq\log_8 8$　……①

①の不等式において，真数は正であるから　$x(x-2)>0$

これを解いて　$x<0,\ 2<x$　……②

底が1より大きいから，真数を比較して

$$x(x-2)\geqq 8$$
$$x^2-2x-8\geqq 0$$
$$(x-4)(x+2)\geqq 0$$

これを解いて　$x\leqq -2,\ 4\leqq x$　……③

②，③より　$x\leqq -2,\ 4\leqq x$

(1)　生徒Aの解答には誤りがある。その誤った部分を指摘し，生徒Aの解答が間違いである理由について，簡潔に説明せよ。

(2)　「不等式 $\log_8 x+\log_8(x-2)\geqq 1$ を解け。」という問題に対する正しい解答を書け。

7　平成30年3月に告示された高等学校学習指導要領では，「数学科の目標」の一つとして，「問題解決の過程を振り返って考察を深めたり，評価・改善したりしようとする態度」の育成を目指している。数学科の授業において，「問題解決の過程を振り返って考察を深めたり，評価・改善したりしようとする態度」を育成するためには，どのような点に留意して指導すればよいか，簡潔に書きなさい。

8　平成30年3月に告示された高等学校学習指導要領では，数学科の科目「数学Ⅰ」，「数学Ⅱ」，「数学Ⅲ」の内容として，「課題学習」が位置付けられている。このことについて，次の問いに答えなさい。

(1)　「課題学習」を実施するねらいは何か，簡潔に書け。

(2)　「数学Ⅰ」，「数学Ⅱ」，「数学Ⅲ」で実施する「課題学習」の具体例を，異なる科目から2つ挙げ，それぞれどのように授業を展開することが考えられるか，簡潔に説明せよ。

数学　解答用紙	２枚中の１	受験番号		氏名	

（７年）

1

(1)		(2)		(3)		(4)		(5)	
(6)		(7)		(8)		(9)			

2

3

4

数学　解答用紙	2枚中の2	受験番号		氏名	

（7年）

5

6

7

8

以下はあくまでも解答の一例です。

数学　解答用紙	２枚中の１	受験番号		氏名		（７年）

1（60点）（1）～（3）：6点×3　，（4）以降：7点×6

(1)	80	(2)	$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+(y-2)^2=\frac{25}{4}$	(3)	-6	(4)	$m=a^2-2a$	(5)	2
(6)	$x=2,\ 3$	(7)	$\frac{61}{216}$	(8)	$\vec{e}=\left(\frac{1}{2},\ \frac{\sqrt{3}}{2}\right),\ \left(-\frac{1}{2},\ -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	(9)	2		

2（20点）

（証明）

G上の任意の点を$P(x,\ y)$とし，この平行移動によってPに移されるF上の点を$Q(X,\ Y)$とすると，

$x=X+p,\ y=Y+q$　　すなわち　　$X=x-p,\ Y=y-q$

点QはF上にあるから，$Y=f(X)$を満たすので，Xに$x-p$，Yに$y-q$を代入して

$y-q=f(x-p)$

となり，これがGの方程式である。　　　　（証明終）

3（20点）

(1)　$\overrightarrow{AB}=(-1,1,0)$，$\overrightarrow{AC}=(0,1,-2)$　であり，原点Oから平面αに下ろした垂線の足をHとすると

実数s，tを用いて，$\overrightarrow{OH}=\overrightarrow{OA}+s\overrightarrow{AB}+t\overrightarrow{AC}$　と表されるので，$\overrightarrow{OH}=(1-s,\ s+t,\ 1-2t)$

ここで，$\overrightarrow{OH}\perp\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{OH}\perp\overrightarrow{AC}$　であるから

$\overrightarrow{OH}\cdot\overrightarrow{AB}=2s+t-1=0$，$\overrightarrow{OH}\cdot\overrightarrow{AC}=s+5t-2=0$

これを解いて，$s=\frac{1}{3}$，$t=\frac{1}{3}$　$\overrightarrow{OH}=\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right)$　$\therefore|\overrightarrow{OH}|=1$

よって，原点Oと平面αとの距離は1　　・・・（答）

(2)　$|\overrightarrow{AB}|^2=2$，$|\overrightarrow{AC}|^2=5$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=1$　より　　$\triangle ABC=\frac{1}{2}\sqrt{2\cdot5-1^2}=\frac{3}{2}$

よって　$V=\frac{1}{3}\cdot\triangle ABC\cdot|\overrightarrow{OH}|=\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{2}\cdot1=\frac{1}{2}$　　・・・（答）

4（20点）

$\sin x+\cos x=t$ とおくと　$\sin x\cos x=\frac{t^2-1}{2}$

よって，$y=-\frac{1}{2}t^2+t-\frac{3}{2}=-\frac{1}{2}(t-1)^2-1$　と表せる。

$\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$　より，$-\sqrt{2}\leqq t\leqq\sqrt{2}$　となることに注意すると，

yは $t=1$で最大値 -1，$t=-\sqrt{2}$ で最小値 $-\sqrt{2}-\frac{5}{2}$ をとる。

$\sin x+\cos x=1$ より $\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1$　$\therefore\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}$

ここで，$\frac{\pi}{4}\leqq x+\frac{\pi}{4}<\frac{9}{4}\pi$　であるから　$x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{4},\ \frac{3}{4}\pi$　　したがって，$x=0,\frac{\pi}{2}$

同様に，$\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-\sqrt{2}$　より，$x=\frac{5}{4}\pi$

したがって，

$t=1$ すなわち $x=0,\frac{\pi}{2}$ で最大値-1，$t=-\sqrt{2}$ すなわち $x=\frac{5}{4}\pi$ で最小値 $-\sqrt{2}-\frac{5}{2}$ をとる。　・・・（答）

数学　解答用紙	2枚中の2	受験番号		氏名	

（7年）

5（20点）

(1) $a_1=\int_0^1 xe^{x^2}dx=\frac{1}{2}\left[e^{x^2}\right]_0^1=\frac{1}{2}(e-1)$　　・・・（答）

(2) $0\leqq x\leqq 1$ のとき $0\leqq x^2\leqq 1$ であるから，底を e とする指数を考えると，$1\leqq e^{x^2}\leqq e$ が成り立つ。

よって，$0\leqq x\leqq 1$ のとき，$\int_0^1 x^{2n-1}dx\leqq\int_0^1 x^{2n-1}e^{x^2}dx\leqq\int_0^1 x^{2n-1}e\,dx$　$\therefore \frac{1}{2n}\leqq\int_0^1 x^{2n-1}e^{x^2}dx\leqq\frac{e}{2n}$

$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{2n}=0$，$\lim_{n\to\infty}\frac{e}{2n}=0$　であるから，$\lim_{n\to\infty}a_n=0$　　・・・（答）

6（20点）

(1)（例）不等式の左辺を変形した上で，真数が正であることを考えている部分が誤りである。理由は，対数が与えられた際に，まずそれぞれの対数が成立するために真数が正であることを考える必要があり，変形後に真数が正であることを確かめても，与えられた時点での対数が成立するとは限らないからである。

(2)（例）与えられた不等式内の対数において，真数は正であるから，$x>0$ かつ $x-2>0$　よって，$x>2$　…①

不等式を変形して　$\log_8 x(x-2)\geqq\log_8 8$　　底が1より大きいから，真数を比較して

$x(x-2)\geqq 8$　　$x^2-2x-8\geqq 0$　　$(x-4)(x+2)\geqq 0$　　これを解いて　$x\leqq -2,\ 4\leqq x$　…②

①，②より　$x\geqq 4$　・・・（答）

7（10点）

（例）生徒の協働的な活動を通して，生徒同士の多様な考えを認め合うように指導する。生徒の多様な考えには生徒の誤った考えなども含まれるが，その誤った考えはどのような誤解に基づいているのか，どこを改めれば正しい考えになるのか，などを考えさせることによってより深い理解に到達できるよう指導する。

8（30点）

(1)（例）数学的活動を一層重視し，生徒の主体的・対話的な学びを促し，数学のよさを認識できるようにするとともに，数学的に考える資質・能力を高めるようにするというねらい。

(2)（例）「数学Ⅰ」の「数と式」における課題学習として，生徒の身近な無理数である，黄金比やコピー用の用紙の横と縦の長さの比を取り上げ，無理数に関する理解を深め，関心を高めることが考えられる。黄金比は，身の回りの形や歴史的な建造物などにも見られるものであるため，例えば身の回りにあるものから黄金比をもつ形を探したり，黄金比に関係のある話題を調べたりすることが考えられる。

また，「数学Ⅲ」の「微分法」における課題学習として，家のクローゼットの扉などに用いられる「折り戸」の可動領域を考察させ，微分法の有用性を実感させることが考えられる。可動領域の境界は円の一部とアステロイドの一部を組み合わせた曲線となるが，考察に当たっては，あらかじめ，コンピュータでそのイメージを捉えてから，実際に数式で表現するなどの方法も考えられる。