令和３年度採用

群馬県公立学校教員選考試験問題

中 学 校 （ 数 学 ）

受験番号		氏名	

注 意 事 項

1　「開始」の指示があるまでは、問題用紙を開かないでください。
2　問題は、１ページから６ページまであります。「開始」の指示後、すぐに確認してください。
3　解答は、すべて解答用紙に記入してください。
4　「終了」の指示があったら、直ちに筆記具を置き、問題用紙と解答用紙の両方を机の上に置いてください。
5　退席の指示があるまで、その場でお待ちください。
6　この問題用紙は、持ち帰ってください。

1　第３学年「標本調査」の学習について、次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(1) 次の（ア）～（ウ）の調査では、標本調査と全数調査のどちらが適しているか書きなさい。また、その理由も説明しなさい。

（ア）電池の寿命

（イ）ある中学校の３年生の進路希望

（ウ）ある湖にいる魚の総数

(2) 標本を無作為に抽出するために、「乱数さい」を使う場合がある。「乱数さい」は正二十面体でできているが、その理由を説明しなさい。

(3) 箱の中に同じ大きさの球が入っている。この箱から30個の球を取り出して印を付け、箱の中に戻す。これらをよくかき混ぜてから20個取り出したら、印の付いた球が４個あった。このとき、次の①、②の問いに答えなさい。

①　母集団と標本はそれぞれ何と考えられるか、答えなさい。

②　箱の中には、およそ何個の球が入っていると考えられるか、答えなさい。

２　第２学年「文字式の利用」の学習において、次のようなカレンダーを題材に、縦、横、斜めに並んだ数を囲んだときに見付かる性質について考える活動を行った。次の教師と生徒の会話を読み、後の(1)～(4)の問いに答えなさい。

【令和２年７月のカレンダー】

７月

日	月	火	水	木	金	土
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

教　師：今、横にいくつか並んだ数の和を求めています。気付いたことを、グループで出し合ってみましょう。

生徒Ａ：例えば、１日、２日、３日の３日間で和を考えてみたら、１＋２＋３＝６になったよ。

生徒Ｂ：第２週の８日、９日、10日の３日間で考えると、８＋９＋10＝27となっています。６日、７日、８日の３日間であれば、６＋７＋８＝21となっています。

生徒Ｃ：数が横に３つ並んだ場合には、真ん中の数の３倍になっているよね。他にも、例えば１週間全部の７つ並んだ場合にも同じようなことがいえるのかな。

生徒Ａ：第２週なら、５＋６＋７＋８＋９＋10＋11＝56で、真ん中の数「８」の７倍になっているよ。他はどう？

生徒Ｂ：第３週なら、12＋13＋14＋15＋16＋17＋18＝105で、真ん中の数「15」の７倍になっています。

生徒Ｄ：偶数個の並びの時はどうなるのかな。例えば、４つ並んだ８＋９＋10＋11＝38とか。

生徒Ａ：偶数個の並びの時には真ん中の数がないからわからないんじゃないかな。

生徒Ｃ：でも、その場合には、　ア　になっているよ。

⋮

教　師：何か特徴を予想できた人は、(a) いつでも必ずそのようになるといえるための説明を考えてみましょう。

（中　略）

教　師：では、個人で考えた説明を、再びグループで共有してみましょう。

生徒Ａ：私は、文字を使って考えてみたよ。例えば、数が３つ並んだ場合、真ん中の数をxとすると、３つの数の和は、(b) $(x-1)+x+(x+1)=3x$ となるから、真ん中の数の３倍になるといえるよね。

生徒Ｂ：私は、数が７つ並んだ場合もやってみました。同じように、真ん中の数をxとすると、７つの数の和は、　イ　となるから、真ん中の数の７倍になっているといえます。

生徒Ｄ：横の並びの数の和は、いつでも、真ん中の数に足した日数分の数をかけてあげると、求めることができるといえそうだね。

⋮

(1)　ア　には、あてはまる説明を、　イ　には、下線（b）にならってあてはまる式をそれぞれ書きなさい。

(2) 教師が下線（a）の投げかけにより、生徒に気付かせたかったことを書きなさい。

(3) 生徒Ｄは、縦に３つ並んだ数の和でも、同じような性質がいえるかどうかを考えてみたいと思い、真ん中の数をyとして、次のような式を立てた。後の①、②の問いに答えなさい。

$(y-7)+y+(y+7)=$

① 真ん中の数をyとすると、なぜその上の数が$y-7$、その下の数が$y+7$と表せるのか、説明しなさい。

② 計算を続け、縦に３つ並んだ数の和について成り立つ性質を説明しなさい。

(4) 生徒Ｅは、さらに別の視点で数を見て、次のような説明を考えていた。

$(z-8)+z+(z+8)=3z$
よって、・・・・・・・・・

これは、与えられたカレンダーの中で、どのように並んだ数の和を考えていたのか答えなさい。また、その並んだ数の和について成り立つ性質を答えなさい。

3　次の表は、第１学年「比例と反比例」の学習における単元計画の概要（学習内容の項目のみ）である。後の(1)～(4)の問いに答えなさい。

小単元	学習内容
①　関数	・（ア）関数関係の意味 ・変数と変域
②　（イ）比例	・比例する量　・比例のグラフ ・比例の表、式、グラフ
③　（ウ）反比例	・反比例する量　・反比例のグラフ ・反比例の表、式、グラフ
④　比例と反比例の利用	・（エ）比例、反比例の利用

(1) 下線（ア）に関して、「関係する二つの数量について関数関係がある」とは、どのような関係のことか説明しなさい。

(2) 下線（イ）及び下線（ウ）について、比例、反比例は小学校でも学習するが、本単元の学習に入る際、「比例は、x の値が増加すると、y の値が増加する」、「反比例は、x の値が増加すると、y の値が減少する」と捉えている生徒がいることも想定される。この原因として考えられることを、小学校の学習内容の特徴に触れながら述べなさい。

(3) (2)に関連して、次の①、②の問いに答えなさい。ただし、中学校第１学年の内容に限定しなくてもよい。

①　x の値が増加すると y の値が増加するが、「y は x に比例する」とはいえない数量関係の具体的な事象を１つあげるとともに、その関係を式で表しなさい。

②　x の値が増加すると y の値が減少するが、「y は x に反比例する」とはいえない数量関係の具体的な事象を１つあげるとともに、その関係を式で表しなさい。

(4) 下線（エ）の学習では、日常の事象や理科の内容に関連した事象を扱うことになる。こういった日常の事象等で比例、反比例を考察する際に留意すべき視点を書きなさい。

４　第３学年「二次方程式」の学習について、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) 二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解の公式を導く際に、a、b、c に具体的な数を入れた二次方程式 $2x^2 + 7x + 1 = 0$ の解を平方の形 $(x + m)^2 = k$ $(k \geqq 0)$に変形して求める手順と対比しながら考えさせることとした。次の①～③の問いに答えなさい。

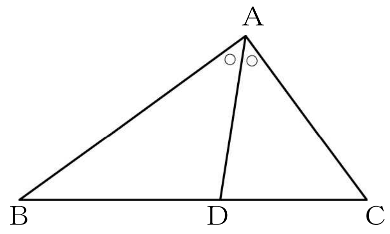
①　対比しながら考えさせることとした教師の意図を書きなさい。

②　二次方程式 $2x^2 + 7x + 1 = 0$ の解を、平方の形に変形する方法で、途中の計算過程も示しながら求めなさい。

③　②と対比させる形で、途中の計算過程も示しながら、二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解の公式を導きなさい。

(2) 二次方程式の学習は、高校数学における「解と係数の関係」の学習との関連もある。二次方程式 $3x^2 + 2x + 1 = 0$ の２つの解を α、β としたとき、$(\alpha - \beta)^2$ の値を求めなさい。

5　以下は、第３学年「平行線と線分の比の性質」における課題について話し合う、教師Ａと教師Ｂの会話の一部である。後の(1)～(3)の問いに答えなさい。なお、この会話での「学習指導要領」は中学校学習指導要領（平成29年告示）解説数学編のことを指すこととする。



教師Ａ：来週、この図の中で成り立つ性質を考える授業をする予定なのですが、(ア)「△ＡＢＣにおいて、∠Ａの二等分線と辺ＢＣの交点をＤとするとき、ＡＢ：ＡＣ＝ＢＤ：ＤＣである」という性質を、生徒にどのように気付かせていったらよいでしょうか。

教師Ｂ：学習指導要領では、(イ)第２学年で学習した二等辺三角形の性質を振り返り、二等辺三角形を一般の三角形に置き換えたらどうなるかと調べていく流れが例示されていますよね。

教師Ａ：既習事項を一般化することで気付かせるといいということですかね。あとは、予想できた性質を証明するために引く補助線も、どのように気付かせていったらよいのかが悩みどころです。

教師Ｂ：例えば、(ウ)「現在、学習している平行線と比の考えが使えるような図がつくれないかな？」などと問いかけるのはどうでしょうか。

教師Ａ：なるほど。でも生徒って、平行線以外にも色々な補助線を引きますよね。そういえば、過去に、(エ)面積比を使った証明を考える子もいたことがありました。

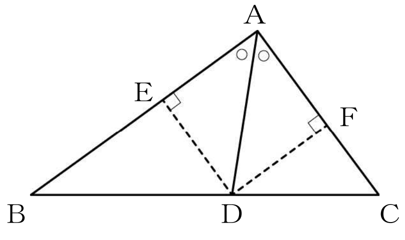
教師Ｂ：そうですね。それまでの学習を基に、事前に生徒の多様な考えを予想し、支援を準備しておくことが大切ですね。

⋮

(1)　下線（ア）の性質を気付かせることにつながる下線（イ）の性質を書きなさい。

(2)　下線（ウ）の問いかけで教師が意図する補助線を、解答用紙の図に示しなさい。
（平行等がわかるように、図示しておくこと。実線、点線等、線種は問わない。）

(3)　下線（エ）について、点Ｄから補助線として辺ＡＢ、ＡＣにそれぞれ垂線ＤＥ、ＤＦを引いた右のような図を用いて、下線（ア）の性質を証明しなさい。



数　学　解答用紙	２枚中の１	受験番号		氏名	

（３年）

1

(1)	（ア）	【適している調査名】	【理由】
	（イ）	【適している調査名】	【理由】
	（ウ）	【適している調査名】	【理由】
(2)			
(3)	①	母集団　　標本	②

2

(1)	ア	
	イ	
(2)		
(3)	①	② $(y-7)+y+(y+7)=$
(4)	【どのように並んだ数の和か】	【成り立つ性質】

3

(1)			
(2)			
(3)	①	【具体的な事象】	【式】
	②	【具体的な事象】	【式】
(4)			

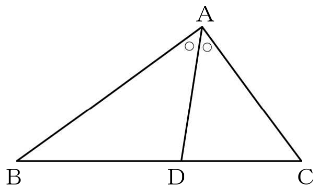
数　学　解答用紙	２枚中の２	受験番号		氏名	

（３年）

4

(1)	①			
	②		③	
(2)				

5

(1)			
(2)		(3)	

以下はあくまでも解答の一例です。

数　学　解答用紙	２枚中の１	受験番号		氏名		（３年）

1

(1)	（ア）	【適している調査名】【２点】 標 本 調 査	【理由】【２点】 全て調べると、電池がなくなってしまうから。　など
	（イ）	【適している調査名】【２点】 全 数 調 査	【理由】【２点】 ３年生全員の進路希望を把握することが必要だから。　など
	（ウ）	【適している調査名】【２点】 標 本 調 査	【理由】【２点】 全てを調べることは不可能に近いから。　など
(2)	【５点】 無作為に抽出するためには、さいころのようにどの面の出方も同様に確からしい立体である必要がある。十進法の数列に使われる数字は０～９の10個である必要があるが、面の数が10の倍数となる正多面体は正二十面体しかないので、「乱数さい」は、０～９の数字を平等に２回ずつ書きこんだ正二十面体でできている。 など		
(3)	① 母集団【４点】箱の中に入っている球全部　など 標本【４点】二度目に取り出した球　など	②	【４点】 １５０個

2

(1)	ア	【４点】 「９」と「１０」の平均である「９．５」の４倍　など
	イ	【４点】 （x－３）＋（x－２）＋（x－１）＋x＋（x＋１）＋（x＋２）＋（x＋３）＝７x　など
(2)	・文字を用いた式を使って説明することで、予想した性質がいつでも成り立つかどうかがわかるということ。 ・帰納や類推によって推測した数の性質は、文字式を使うと一般的に捉えられるということ。 など【５点】	
(3)	①	１週間は７日あるので、真ん中の上の数は、真ん中の数より７日分少なくなり、真ん中の下の数は、真ん中の数より７日分多くなるから。　など【４点】 ② （y－７）＋y＋（y＋７）＝３y よって、縦に３つ並んだ数の和は、真ん中の数の３倍になる。　など【４点】
(4)	【どのように並んだ数の和か】【４点】 右下がりの斜めに３つ並んだ数の和　など	【成り立つ性質】【４点】 斜めに３つ並んだ数の和は、真ん中の数の３倍になる。　など

3

(1)	【４点】 関係する二つの数量について、一方の値を決めれば、他方の値がただ一つ決まるような関係。　など		
(2)	【６点】 小学校の比例、反比例の学習は、変域が負ではない数の場合に限定されているため、比例は、「xの値が増加すると、yの値が増加するもの」、反比例は、「xの値が増加すると、yの値が減少するもの」しか扱われていないことが原因と考えられる。 など		
(3)	①	【具体的な事象】 ある１つの円における、円の半径xと円の面積y など	【式】【５点】 $y=\pi x^2$ など
	②	【具体的な事象】 長さ15cmの線香に火をつけると１分間に１cmずつ短くなるときの、x分後の線香の長さ$y$cm など	【式】【５点】 y＝15－x など
(4)	・厳密には比例、反比例ではないが、比例や反比例とみなして考えること。【５点】 ・現実の世界で考えるため、変数の変域に注意する必要があること。 など		

以下はあくまでも解答の一例です。

数　学　解答用紙	２枚中の２	受験番号		氏名	

（３年）

4

(1)

①
・文字式の形式的な変形を進めるのではなく、係数によって解が決まる過程をイメージしやすくするため。
・文字や分数、根号を含んだ式の操作を理解しやすくするため。　など

【５点】

②
両辺を２で割ると、$x^2+\frac{7}{2}x+\frac{1}{2}=0$

$$x^2+\frac{7}{2}x=-\frac{1}{2}$$

$$x^2+\frac{7}{2}x+\frac{49}{16}=-\frac{1}{2}+\frac{49}{16}$$

$$\left(x+\frac{7}{4}\right)^2=\frac{41}{16}$$

$$x=\frac{-7\pm\sqrt{41}}{4}$$

など

【４点】

③
両辺を $a(\neq 0)$ で割ると、$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$

$$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$$

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}=-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

など

【４点】

(2)

【６点】

$$-\frac{8}{9}$$

5

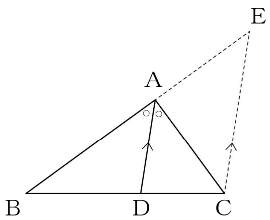
(1)

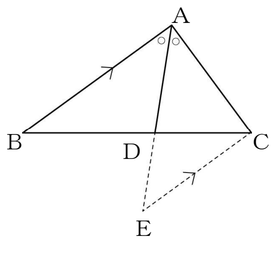
【５点】

二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に二等分する。　など

(2)

【６点】





など

(3)

【７点】

△ＡＤＥと△ＡＤＦにおいて、
　　∠ＥＡＤ＝∠ＦＡＤ（∠Ａの二等分線）
　　∠ＤＥＡ＝∠ＤＦＡ＝∠Ｒ
　　ＡＤは共通
斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい直角三角形なので、△ＡＤＥ≡△ＡＤＦ
合同な三角形の対応する辺は等しいので
　　　　ＤＥ＝ＤＦ…①
△ＡＢＤと△ＡＤＣの面積比において、
①より、高さが等しいため、
　　△ＡＢＤ：△ＡＤＣ＝ＡＢ：ＡＣ…②
また、ＢＤ、ＤＣを底辺とした時も、
高さが共通なため、
　　△ＡＢＤ：△ＡＤＣ＝ＢＤ：ＤＣ…③
　　②、③より、ＡＢ：ＡＣ＝ＢＤ：ＤＣ

など