２０２０年度採用

群馬県公立学校教員選考試験問題

中学校（数学）

受験番号		氏名	

注意事項

1　「開始」の指示があるまでは、問題用紙を開かないでください。
2　問題は、１ページから６ページまであります。「開始」の指示後、すぐに確認してください。
3　解答は、すべて解答用紙に記入してください。
4　「終了」の指示があったら、直ちに筆記具を置き、問題用紙と解答用紙の両方を机の上に置いてください。
5　退席の指示があるまで、その場でお待ちください。
6　この問題用紙は、持ち帰ってください。

1　第２学年の「一次関数」の単元では、二元一次方程式と一次関数を関連付けて学習する。次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(1) 二元一次方程式と一次関数を関連付けて学習するのはなぜか、書きなさい。

(2) ２つの二元一次方程式のグラフが１点で交わることの意味を書きなさい。

(3) ２つのグラフの交点を求めることは、高等学校の「二次関数」の単元において、グラフを多面的に考察する学習の基礎となる。

関数 $y = x^2 - 4x + 2$ と $y = -x^2 + 2x - 2$ について、次の①、②の問いに答えなさい。

①　２つのグラフの共有点の個数を求めなさい。また、その過程も書きなさい。

②　２つのグラフで囲まれる図形の面積を求めなさい。また、その過程も書きなさい。

2　次の兄と弟の会話を読み、後の(1)、(2)の問いに答えなさい。

兄：期末テストが終わったみたいだけど、数学の点数はどうだった？
弟：今回の点は平均点より悪かったんだ。
兄：何点だったの？
弟：平均点より２点低い 71 点だよ。前回はちょうど平均点で、順位も真ん中だったんだ。でも、今回は、順位が下がってしまうな。
兄：得点が平均点よりも低いからといって、前回よりも(ｱ)順位が下がるとは限らないよ。
弟：どうして順位が下がるとは限らないの？

(1) 中学校第１学年の「資料の活用」領域の学習では、資料の傾向を読み取る方法の一つとして、平均値などの代表値を扱う。次の①～③の問いに答えなさい。

①　平均値以外の代表値を２つ書きなさい。

②　代表値を用いることのよさと、用いる際の留意点を、それぞれ１つずつ書きなさい。

③　下線（ア）について、順位が下がるとは限らない理由を１つ書きなさい。

(2) 中学校の学習を受け、高等学校では四分位範囲や分散、標準偏差等を用いて、データの傾向を考察する学習をしている。なお、本学習内容の一部は、新学習指導要領において、中学校第２学年に移行されることとなっている。次の①、②の問いに答えなさい。

①　弟の学級のテスト結果が次のような場合であったとき、このデータの四分位範囲を求めなさい。

【弟の学級の得点データ】
94、61、71、63、66、69、67、66、78、64、84、74、64、89、59、
69、83、69、87、74、69、68、65、94、78

②　①のデータより、弟の学級の数学の期末テストの平均値は 73 である。このデータの標準偏差を求めなさい。

<計算用紙>

3　以下は、第３学年の「多項式」の学習において、文字式を利用して問題を解決する授業場面の教師と生徒の会話の一部である。後の(1)～(3)の問いに答えなさい。

教　師：次の乗法 74×76 … Ⅰ　をできるだけ早く計算してみましょう。
生徒Ａ：筆算で計算したら、5624 になりました。
教　師：もう一問 43×47 … Ⅱ　を計算してみましょう。
生徒Ｂ：2021 でした。
教　師：ⅠとⅡの計算の式の数と答えを見て、何か気付くことはありますか。
生徒Ａ：答えの下２けたが、計算式の数の一の位の数同士をかけた数になっているようです。
生徒Ｂ：どういうこと？
生徒Ａ：Ⅰの 74×76 だと 4×6 ＝ 24、Ⅱの 43×47 だと 3×7 ＝ 21 ということです。
教　師：なるほど。では、答えの上２けたにも同じようなことがいえるでしょうか。
生徒Ｃ：同じことは言えないけれど、何かしくみがありそうです。
生徒Ｂ：あっ、十の位の数とそれより１大きい数との積になっているみたいです。
教　師：ここまでのことをまとめると、どのようなことがいえそうですか。
生徒Ａ：(ア)<u>答えの上２けたは十の位とそれより１大きい数の積で、下２けたは一の位の数の積になっています。</u>
⋮

(1) 下線（ア）と同じしくみで計算できる２けた×２けたの乗法を具体的に１つ書きなさい。

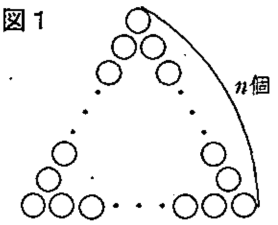
(2)　具体的な計算を最初に示した教師の意図を書きなさい。

(3)　下線(ア)のように計算できるしくみを文字式を用いて証明しなさい。

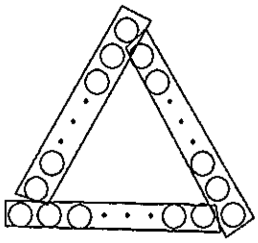
4　第１学年の「文字と式」の学習において、次の図１を用いて学習を進めた。後の(1)～(5)の問いに答えなさい。

＜碁石を正三角形の形に並べる＞

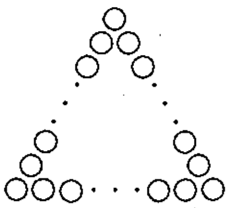
図１



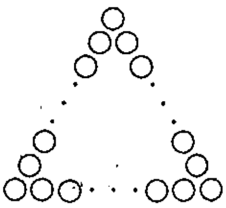
(1) 生徒Ａは、碁石の個数の数え方を、次の図のように表した。生徒Ａの考えた式を書きなさい。



(2) 生徒Ｂは、碁石の個数の数え方を、$3(n-2)+3$ と表した。生徒Ｂの考えた方法を解答用紙の図に簡潔に表しなさい。



(3) 生徒Ａ、生徒Ｂの数え方とは異なる碁石の個数の数え方を１つ考え、その考え方を図と式に表しなさい。



式

(4) 授業では(1)～(3)の他にも式で表された碁石の個数の数え方を複数説明させる場面を設けることがある。複数の数え方を説明させることで、生徒に気付かせたいことを書きなさい。

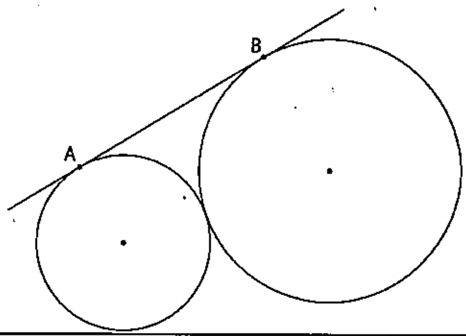
(5) この単元の発展問題として、次の問題を取り上げた。下線（ア）が成り立つ理由を１辺に並べる碁石の数を n 個、端数を a 個として図や式、言葉等を用いて説明しなさい。

【問題】

碁石を１辺が３個以上となるように正三角形に並べ、その１辺だけを残して他の２辺をくずした。その後、くずした碁石を残した辺に沿って並べると端数が出た。(ｱ)<u>端数が４個のとき碁石の合計は１８個ということが分かる。</u>

5　第３学年の「三平方の定理」の学習において、次のような問題を扱った。後の(1)～(4)の問いに答えなさい。

【問題】
右の図のように、半径２ cm の円と半径３ cm 円が互いに接しており、さらに１本の直線に接している。
また、点Ａ、Ｂはそれぞれ２つの円と直線との接点である。このとき、線分ＡＢの長さを求めなさい。



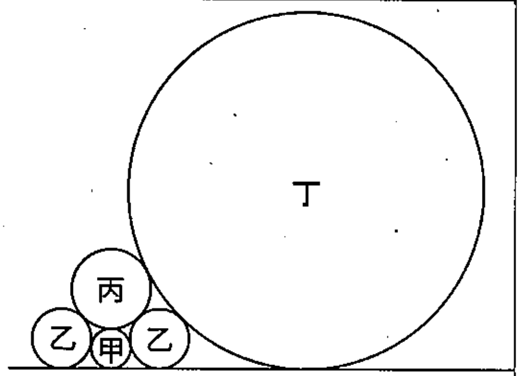
(1) 三平方の定理を使ってこの問題を解くために必要な補助線をかきなさい。
ただし、補助線は解答用紙の図にかくこと。

(2) 線分ＡＢの長さを求めなさい。

(3) この問題では、(2)のように線分の長さを求めるだけではなく、線分ＡＢと直径との関係についても生徒に気付かせたい。大円の半径をＲ、小円の半径をｒとして、線分ＡＢの長さを直径との関係が分かるような式で求めなさい。また、その結果からどのようなことが分かるか説明しなさい。

(4) この問題を発展させた次の問題について、後の①、②の問いに答えなさい。ただし、求める計算過程も残しておくこと。

【問題】
右の図のように、甲円１個、乙円２個、丙円１個、丁円１個がある。甲円、乙円、丁円は直線に接し、丙円は甲円、乙円に接し、丁円は丙円、乙円に接している。甲円の直径は２ cm、乙円の直径は３ cm である。



① 丙円の直径を求めなさい。

② 丁円の直径を求めなさい。

数　学　解答用紙	２枚中の１	受験番号		氏名	

(2020年)

1

(1)				
(2)				
(3)	①		②	

2

(1)	①		
	②	よ　さ	
		留意点	
	③		
(2)	①		②

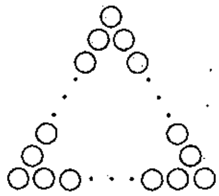
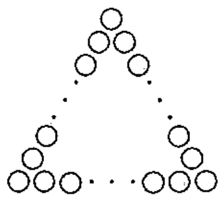
3

(1)		(3)	【証明】
(2)			

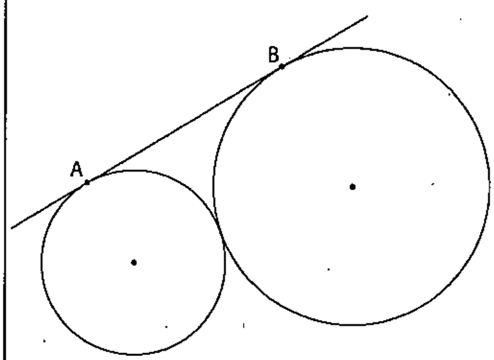
数　学　解答用紙	２枚中の２	受験番号		氏名	

(2020年)

4

(1)		(3)	図	
(2)			式	
(4)				
(5)				

5

(1)		(4)	①	
(2)			②	
(3)				

以下はあくまでも解答の一例です。

数　学　解答用紙	２枚中の１	受験番号		氏名	

(2020年)

1

(1) 二元一次方程式の解の意味を、グラフ上の座標として視覚的にとらえ直すことができるようにするため。など
【４点】

(2) 連立二元一次方程式の解が１つあるということ。など
【４点】

(3)

①
２式を連立してyを消去する。

$$\begin{cases} y = x^2 - 4x + 2 \\ y = -x^2 + 2x - 2 \end{cases}$$

$2x^2 - 6x + 4 = 0$
両辺を２でわると、
$x^2 - 3x + 2 = 0$
判別式をDとすると、
$D = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 2 = 1 > 0$となる。
よって、２つのグラフの共有点は２個である。

など
【６点】

②
求める面積をSとすると、

$$S = \int_1^2 \{(-x^2+2x-2)-(x^2-4x+2)\}\,dx$$
$$= \int_1^2 (-2x^2+6x-4)\,dx$$
$$= \left[-\frac{2}{3}x^3+3x^2-4x\right]_1^2$$
$$= \left(-\frac{16}{3}+12-8\right)-\left(-\frac{2}{3}+3-4\right)$$
$$= -\frac{14}{3}+5 = \frac{1}{3}$$

よって、２つのグラフで囲まれる面積は1/3
など　【７点】

2

(1)

① 中央値　　最頻値　など
【各４点】

② よさ：データの特徴を、一つの数値で簡潔に表すことができること。など
【４点】

留意点：資料の特徴や代表値を用いる目的を明確にした上で、どの代表値を用いるのかを判断する必要がある。など
【４点】

③ 極端に高い点数の人がいると、平均値が中央値を大きく上回ることがあるから。　など
【４点】

(2)

① １５　【４点】

② １０　【６点】

3

(1) 93×97　など
【４点】

(2) 成り立つ性質を帰納的に見いだしやすくするため。

具体的な数を比較することで、規則性に気付きやすくするため。
など　【３点】

(3)
【証明】
十の位の数をa、一の位の数をb、cとすると、十の位が同じで一の位の数の和が10である２桁の自然数は、
$10a+b$、$10a+c$と表せる。
また、一の位の数の和が10であることから、
$b+c=10$　・・・①といえる。

$(10a+b)(10a+c)=100a^2+10ab+10ac+bc$
$=100a^2+10a(b+c)+bc$
$=100a^2+100a+bc$　　（①を代入より）
$=100a(a+1)+bc$
よって、十の位が同じで一の位の数の和が10である２桁の自然数の積は、十の位の数とそれより１大きい数の積に100をかけた数と一の位の数の積の和になる。

など

【７点】

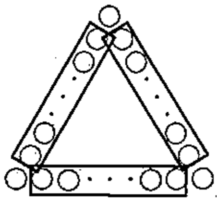
数　学　解答用紙	２枚中の２	受験番号		氏名	

(2020年)

4

(1) 式　$3(n-1)$　【４点】

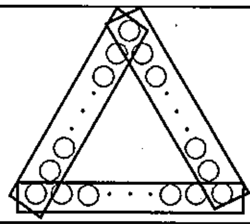
(2)



など

【４点】

(3) 図



など

式　$3n-3$　など　【図と式あわせて７点】

(4) 式の表し方を変えることで、数え方の違いがわかるということ。　など

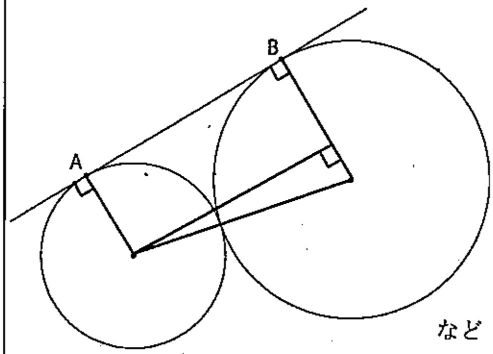
【４点】

(5) 残した１辺に沿ってくずした碁石を並べるという並べ方は、$n+n+a=2n+a$ と表せる。
一方、碁石全体の個数は $3n-3$ であるから、$3n-3=2n+a$　　$\therefore n=3+a$
碁石全体の個数を a を用いて表すと、$3n-3=3(3+a)-3=3a+6$ となる。
よって、端数が４個のときは、$a=4$ を代入して、
$3a+6=3\times4+6=18$ となる。
したがって、下線（ア）が成り立つといえる。　など

【７点】

5

(1)



など

【５点】

(2) $AB=2\sqrt{6}$ cm　【５点】

(3) $AB=\sqrt{2R\cdot2r}$

線分ＡＢは、２円の直径の積の正の平方根となることがわかる。

など

【６点】

(4) ①

甲円と１つの乙円の接点間の長さは、
(3)より $\sqrt{2\times3}=\sqrt{6}$ cm
丙円の半径を x とすると、

$$\left(x+\frac{3}{2}\right)^2=\sqrt{6}^2+\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$$

$$x^2+3x+\frac{9}{4}=6+x^2+x+\frac{1}{4}$$

$$2x=6-2$$

$$x=2$$

よって、丙円の直径は $2\times2=4$ となる。　など

4 cm

【６点】

②

丁円の直径を y とすると、右側の乙円と丁円の接点間の長さは、$\sqrt{3y}$ となる。

$$(2+y/2)^2=(\sqrt{6}+\sqrt{3y})^2+(y/2-4)^2$$

$$3y-18=6\sqrt{2y}$$

$$y-6=2\sqrt{2y}$$

両辺２乗して、$(y-6)^2=(2\sqrt{2y})^2$

$$y^2-12y+36=8y$$

$$y^2-20y+36=0$$

$$(y-2)(y-18)=0$$

$$y=2,\ 18$$

$y=2$ は、$y-6=2\sqrt{2y}$ を満たさない。

よって、$y=18$　　など

18 cm　【７点】